

УДК 519.876.5:62-192

## ВОЗМОЖНОСТИ ПРОГРАММНОЙ СИСТЕМЫ ВЕРОЯТНОСТНО-АЛГЕБРАИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

**Е.И. Сукач, Д.В. Ратобыльская**

*Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель*

## OPPORTUNITY PROGRAM OF PROBABILITY-ALGEBRAIC SIMULATION OF COMPLEX SYSTEMS

**E.I. Sukach, D.V. Ratobylskaya**

*F. Scorina Gomel State University, Gomel*

Приводится описание компьютерной системы PALS, реализующей метод вероятностно-алгебраического моделирования сложных систем и позволяющей оценить в динамике вероятностные характеристики исследуемого свойства сложных систем со многими состояниями. На примерах демонстрируется оценка вероятностных свойств структурно-простых и структурно-сложных систем.

**Ключевые слова:** вероятностно-алгебраическое моделирование, надёжность сложной системы, структурно-простая система, структурно-сложная система.

The description of the computer system PALS performing the method of the probability-algebraic simulation of complex systems is presented. It allows estimating in dynamics the probability characteristics of the investigated property of complex systems with many states. The assessment of probability properties of structurally-simple and structurally-complex systems is shown in the examples.

**Keywords:** probability-algebraic simulation, reliability of complex system, structurally-simple system, structurally-complex system.

### **Введение**

Формализация сложных систем (СС) с целью их моделирования порождает известную проблему размерности, связанную с ростом пространства состояний модели и связей между ними, которая приводит к трудоёмкости, а, во многих случаях, невозможности ручного описания моделей, определения их параметров и выполнения расчетов. Проблема может быть решена только с помощью автоматизации подготовительных этапов занесения информации, автоматизации построения моделей, обработки и интерпретации полученных результатов. При этом программное обеспечение анализа вероятностных свойств СС должно обеспечивать приемлемый для практики уровень точности описания процессов, протекающих в системе.

С целью оценки интегральных показателей функционирования СС, функционирующих в условиях случайных воздействий, разработан ряд систем имитационного моделирования, которые реализуют положенные в их основу методы и предполагают проведение серий имитационных экспериментов (ИЭ) с последующим усреднением полученных результатов [1]. Процедура Монте-Карло, применяемая в ходе ИЭ, позволяет учесть вероятностный характер компонентов, составляющих СС, и реализовать возможные траектории функционирования системы.

Полученные в результате моделирования зависимости, описывающие изменение откликов системы в зависимости от изменения входных параметров, являются приближёнными. Погрешность моделирования может быть значительно уменьшена за счёт увеличения объёма выборки формируемых статистических данных, что в ряде случаев, например, при рассмотрении редких событий, требует значительных временных затрат.

Получение точных вероятностных оценок свойств СС по вероятностным параметрам составляющих их компонентов обеспечивают системы автоматизации аналитических расчётов: АРБИТР (ПК АСМ СЗМА) [2] – программный комплекс автоматизированного структурно-логического моделирования и расчета надежности и безопасности систем; Relex Reliability Studio [3] – программная среда, включающая различные методы анализа надёжности и реализующая разнообразные формы задания моделей (графы, деревья отказов, событий, блок-схемы надёжности); Risk Spectrum – программное обеспечение вероятностного анализа безопасности объектов атомной энергетики [4]. Существенным ограничением использования указанных программных продуктов является размерность системы, которая определяется числом составляющих её компонентов. Увеличение числа компонентов и/или числа их состояний приводит к

экспоненциальной сложности задачи и делает невозможным проведение расчётов.

В статье приводится описание программной системы PALS (Probability-Algebraic Simulation), реализующей метод вероятностно-алгебраического моделирования (ВАЛМ) СС [5] и позволяющей оценить в динамике вероятностные характеристики исследуемого свойства (надёжность, производительность, эффективность и др.) СС, выбрать необходимый уровень детализации процессов на основе поставленных целей исследования и решаемых задач, согласованно использовать различные стратегии моделирования.

Система PALS автоматизирует расчёты СС, различной структурной сложности. Для структурнопростых систем сняты ограничения на число компонентов, составляющих систему, и число их возможных состояний. Для структурносложных систем, в рамках вероятностно-алгебраического подхода, реализована методика расчёта надёжности многокомпонентных систем со многими состояниями, основанная на сведениях моделей с произвольным числом состояний к расчётным бинарным моделям [6].

### **1 Состав и структурная организация программной системы PALS**

Программная система вероятностно-алгебраического моделирования PALS, реализующая автоматическое построение моделей и расчёты вероятностных показателей исследуемого свойства графовых систем включает: подсистему формирования структурной схемы модели (PS.GRAF\_D); библиотеку функций, определяющих отношения между компонентами (LIB.FUNC); подсистему статического моделирования (PS.STAT); подсистему динамического моделирования (PS.DINAM); библиотеку типовых вероятностно-алгебраических моделей (LIB.PALS); подсистему визуализации результатов моделирования (PS.VIZ); справочную систему (PS.SPRAV); базу данных моделирования (BD.PALS). Схема, определяющая взаимосвязи подсистем, представлена на рисунке 1.1.

Подсистема формирования структурной схемы модели PS.GRAF\_D обеспечивает визуальное средство описания объекта исследования и реализует операции, связанные с формированием структуры исследуемой системы в виде графа. Она включает процедуры построения, сохранения и редактирования в диалоговом режиме графического образа модели путём использования стандартных элементов: рёбер графа, соответствующих выделенным компонентам исследуемой системы, и вершин, определяющих функциональные отношения между компонентами. Подсистема PS.GRAF\_D обеспечивает наглядное представление состава компонентов, связей между ними и уровней вложенности функций, описывающих эти связи, что позволяет

в автоматическом режиме определить исходные параметры компонентов, установить уровни иерархии функциональных связей и в дальнейшем, используя эффективные алгоритмы при машинной реализации метода, обеспечить замещение функциональных связей между компонентами системы вероятностными вычислениями с использованием коэффициентов вероятностно-алгебраического моделирования.

Сервисные функции, реализованные в составе PS.GRAF\_D, обеспечивают копирование, редактирование, удаление элементов схемы модели. Кроме этого, реализована возможность настройки параметров расчёта (задания значений по умолчанию). Работа подсистемы и её взаимодействие с базой данных моделирования обеспечивает снижение объемов вводимой пользователем информации.

Библиотека функций LIB.FUNC включает параметризованные заготовки типовых детерминированных и вероятностных функций, позволяющих описать отношения между компонентами исследуемой системы. Состав функций приводится в таблице 1.1. В таблице представлены примеры детерминированных функций, определяющих связи между компонентами, и их семантика при исследовании свойства надёжности систем.

Возможно пополнение состава библиотеки функций за счёт расширения областей применения метода, усложнения отношений между компонентами и перехода от бинарных к  $n$ -арным операциям, описывающим взаимосвязи между множеством компонентов.

Подсистема статического моделирования PS.STAT включает процедуры формирования алгебраической модели системы в символьном виде и её автоматического преобразования в вероятностную форму, позволяющую реализовать одномоментное ВАЛМ на очередной итерации многошагового процесса моделирования системы. Алгебраическая модель формируется с учётом заданной структуры сети. При рассмотрении простых графовых систем статическое моделирование реализуется с использованием алгоритма «свёртки» векторов вероятностей компонентов согласно введённым операциям (PR.PALS). Рассмотрение систем, включающих зависимые компоненты, реализуется процедурой «свёртки» векторов компонентов с учётом значений корреляционных матриц в качестве коэффициентов вероятностно-алгебраического моделирования.

В случае рассмотрения структурно-сложной системы со многими состояниями реализуется переход к исследованию множества систем той же структуры, но с двумя обобщёнными состояниями. В этом случае для проведения исследования вероятностных характеристик бинарных систем используются известные алгоритмы логико-вероятностного моделирования (PR.LOGIC) [7].



Таблица 1.1 – Примеры функций, определяющие связи между компонентами системы

Вид функции	Интерпретация функций при исследовании свойства надёжности СС
$F(i, j) = \max(i, j)$	В детерминированном случае отказ результирующего компонента происходит в результате отказа одного из компонентов. В случае числа состояний $n > 2$ состояние результирующего компонента определяется состоянием наименее надёжного компонента (последовательное соединение).
$F(i, j) = \min(i, j)$	В детерминированном случае отказ результирующего компонента происходит в результате отказа двух компонентов. В случае числа состояний $n > 2$ состояние результирующего компонента определяется состоянием наиболее надёжного компонента (параллельное соединение).
$F(i, j) = \min(i + j - 1, n)$	В детерминированном случае, результирующий компонент работает, если работает один из компонентов или работают оба. В случае числа состояний $n > 2$ состояние результирующего компонента определяется суммированием состояний исходных компонентов.
$F(i, j) =  i - j $	В детерминированном случае результирующий компонент работает, если работает один из компонентов. В случае числа состояний $n > 2$ состояние результирующего компонента определяется разностью состояний исходных компонентов.
$F(i, j, l) = \left\lceil \frac{i + j + l - \min(i, j, l)}{2} \right\rceil$	В детерминированном случае результирующий компонент находится в рабочем состоянии, если работают как минимум два компонента из трёх. В случае числа состояний $n > 2$ состояние результирующего компонента определяется средним значением состояний двух максимально надёжных компонентов.

По результатам моделирования формируются результирующие вектора вероятностей системы со многими состояниями.

Таким образом подсистема статического моделирования на основании вероятностной информации о состояниях исследуемого свойства компонентов автоматически формирует результирующие вектора всех промежуточных узлов графа и всей системы в целом.

Подсистема динамического моделирования PS.DINAM структурно включает блок реализации первичного моделирования с использованием параметрических функций (LIB.PARAM); блок реализации первичного моделирования с использованием аппарата цепей Маркова (LIB.PERV); блок управляющих правил (LIB.UPR\_PR).

Блок реализации первичного моделирования с использованием параметрических функций (LIB.PARAM) включает процедуры вероятностного изменения исследуемого свойства отдельными компонентами с использованием различных параметрических функций, параметрами которых являются время, указанные состояния компонентов и системы в целом.

В случаях, когда не удаётся найти аналитический вид зависимости, описывающей вероятностное изменение исследуемого свойства

системы, выбирается одна из форм марковских моделей [8], отражающая особенности стохастического процесса изменения состояний компонентов и позволяющая перейти к рассмотрению изменения исследуемого свойства систем на достаточно малом шаге моделирования (LIB.PERV). С целью реализации разнообразных функций организации первичного моделирования с использованием аппарата цепей Маркова используется следующий набор процедур: процедуры классификации компонентов системы по выбранным признакам (PR.GROUP); процедуры подбора параметров марковских моделей (PR.PODB); процедуры реализации первичного моделирования с использованием имеющихся форм моделей (PR.MARK); процедуры перехода к рассмотрению непрерывного процесса изменения исследуемого свойства компонентов (PR.MARK\_N).

В простейшем случае результатом динамического моделирования на выбранном временном интервале является вектор вероятностей состояний системы, зависящий от вероятностных изменений состояний компонентов и взаимного влияния вероятностных характеристик компонентов в процессе функционирования системы.

При использовании алгоритма динамического моделирования с управлением результатом

является последовательность вариантов структурной организации системы, полученных с учётом динамических изменений компонентов системы и их взаимного влияния, а также вектора вероятностей, соответствующие каждому варианту. Получение такой последовательности вариантов структурной организации исследуемых систем является важным при обосновании решений, корректирующих процесс выполнения системой заданной функции путём согласованной работы её компонентов.

Блок управляющих правил (LIB.UPR\_PR) содержит представленные в формализованном виде правила, состав которых может быть обновлён с учетом особенностей исследуемой проблемной области.

Библиотека типовых вероятностно-алгебраических моделей LIB.PALS включает параметризованные варианты моделей сложных систем из различных предметных областей, которые могут быть использованы как «заготовки» при моделировании исследуемого свойства графовых систем и требуют лишь задания исходной информации о параметрах компонентов и структуре исследуемой системы.

Подсистема визуализации PS.VIZ одновременно с процессом моделирования, в динамике отображает формируемые вектора. По окончании расчёта вероятностных характеристик исследуемого свойства графовой системы генератор отчетов, формирующий протокол работы системы в электронном виде, автоматически отображает временные диаграммы и графики изменения исследуемого свойства, как отдельных компонентов, так и всей системы.

Справочная подсистема PS.SPRAV ориентирована на инженеров-проектировщиков, не имеющих специальных знаний в области моделирования вероятностных свойств системы. В ней содержится вся необходимая информация о работе системы PALS с описанием интерфейса пользователя и его действий, а также даётся описание типовых вероятностно-алгебраических моделей, составляющих библиотеку LIB.PALS.

База данных BD.PALS осуществляет взаимодействие структурных подсистем системы вероятностно-алгебраического моделирования PALS. Она реализована универсальными программными средствами. В ней хранятся, обновляются и накапливаются данные моделирования по каждому компоненту и всей системе в целом.

Программная система PALS реализована в интегрированной среде Borland Delphi 10 Lite v 3.0 разработки Windows-приложений. Она позволяет проводить расчеты графовой схемы, содержащей неограниченное число уровней вложенности компонентов путём статического – для текущего момента времени, и динамического моделирования, отображающего вероятностные изменения СС во времени.

## 2 Оценка динамических вероятностных характеристик сложных систем со многими состояниями

Система PALS позволяет оценить вероятностные характеристики как структурно-простых, так и структурно-сложных систем графовой структуры. Структурно-простые системы при их математическом описании сводятся к последовательным, параллельным или древовидным структурам. Структурно-сложные системы описываются сценариями сетевого типа с циклами и неустранимой повторностью аргументов при их формализации [8]. Известными примерами графов, описывающих структурно-сложные системы, являются мостиковая структура, структура двух «звёзд», включенных на «треугольник», кольцевая структура. Кроме этого, структурная сложность систем может быть обусловлена наличием множества несовместных состояний, выделенных для систем, имеющих простую структуру [9]. В этом смысле оба примера, выбранные для демонстрации работы системы PALS, описывают расчёты структурно-сложных систем.

Рассмотрим СС, графическая схема которой представлена на рисунке 2.1. Система является структурно-простой в смысле её структурной организации. Она включает компоненты  $K = \{K_i\}, i = \overline{1,11}$ , которые описываются однотипным образом и характеризуются множеством состояний  $S = \{S_j\}, j = \overline{1,5}$ , соответствующих определённому уровню некоторого случайным образом изменяющегося свойства. Начальные значения вероятностей состояний компонентов задаются векторами:

$$P^{i0} = (p_1^{i0}, p_2^{i0}, \dots, p_5^{i0}), \sum_{j=1}^5 p_j^{i0} = 1, i = \overline{1,11},$$

которые изменяются во времени.

Вероятностное изменение состояний компонентов исследуемой структуры описывается марковскими моделями специального вида [8] с дискретными состояниями и дискретным временем, переходные матрицы которых для всех компонентов различны. В результате первичного моделирования формируются значения векторов вероятностей, характеризующие изменение состояний компонентов на заданном промежутке времени:

$$P^{it} = (p_1^{it}, p_2^{it}, \dots, p_5^{it}), \sum_{j=1}^5 p_j^{it} = 1, i = \overline{1,11}, t = \overline{1,10}.$$

Они являются исходными данными для вероятностно-алгебраического моделирования исследуемой структуры (рисунок 2.1). В расчётных вероятностных моделях используются функции  $F_1(i, j) = \min(i + j - 1, n)$  для рёбер, расположенных параллельно, и функция  $F_2(i, j) = \max(i, j)$  – для последовательно соединённых ребер графа.

На рисунке 2.2 представлена вероятностная динамика состояний системы на исследуемом временном интервале.

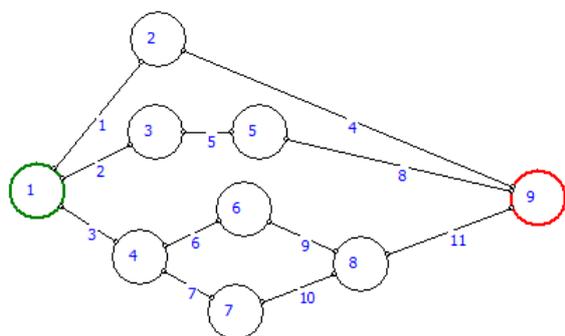


Рисунок 2.1 – Граф сложной системы со многими состояниями

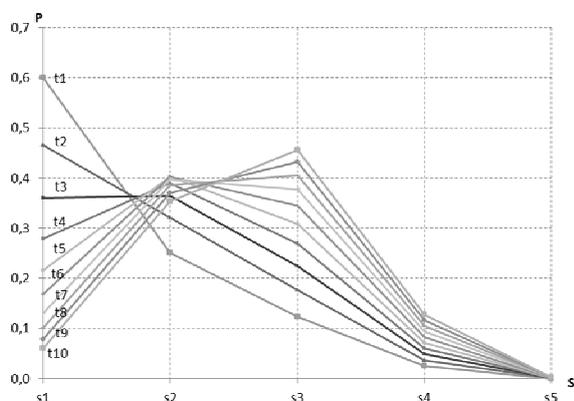


Рисунок 2.2 – Динамика векторов вероятностей состояний сложной системы

Для демонстрации возможностей PALS при исследовании структурно-сложной системы рассмотрим мостиковую структуру, представленную на рисунке 2.3, которая описывает самую простую из класса структурно-сложных систем, но несмотря на небольшое число компонентов  $K = \{K_i\}, i = \overline{1,5}$ , имеющую различные варианты семантической интерпретации [7], [9].

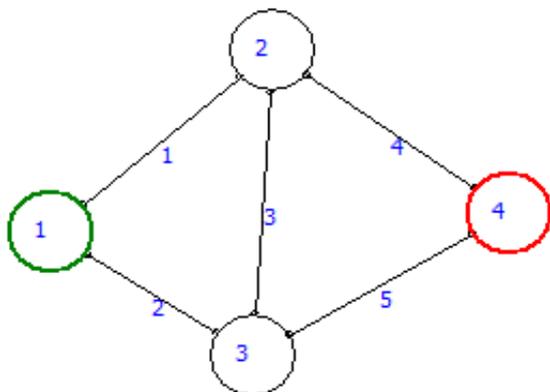


Рисунок 2.3 – Граф структурно-сложной системы

Будем полагать, что компоненты системы могут находиться в одном из трёх несовместных состояний

$$S = \{S_j\}, j = \overline{1,3},$$

характеризующих степень надежности их функционирования. Вероятности нахождения компонентов в одном из возможных состояний задаются векторами

$$P^i = (p_1^i, p_2^i, p_3^i), \sum_{j=1}^3 p_j^i = 1, i = \overline{1,5}.$$

С использованием программной системы автоматизации вероятностно-алгебраического моделирования PALS, были получены результирующие вектора вероятностей, характеризующие надежность функционирования исследуемой системы

$$P^s = (p_1^s, p_2^s, p_3^s), \sum_{j=1}^3 p_j^s = 1, i = \overline{1,5}.$$

Значения исходных векторов вероятностей компонентов и результаты расчётов вектора вероятностей системы представлены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Значения векторов вероятностей, характеризующих состояния надежности компонентов и системы в целом

Компонент системы	Состояние		
	$S_1$	$S_2$	$S_3$
$K_1$	0,571732	0,327014	0,101254
$K_2$	0,580346	0,21846	0,201194
$K_3$	0,537201	0,276372	0,186427
$K_4$	0,58994	0,312036	0,098024
$K_5$	0,565624	0,28514	0,149236
Система	0,618937	0,341519	0,039544

Следует отметить, что для определения вероятностных характеристик состояний мостиковой структуры использовалась методика сведения структурно-сложной системы со многими состояниями к совокупности бинарных моделей. Применение указанной методики актуально для оценки вероятностных характеристик надежности систем с большим числом компонентов, имеющих множество уровней надежности, что позволяет значительно уменьшить размерность систем и расширить границы их исследования.

**Заключение**

Компьютерная система вероятностно-алгебраического моделирования обеспечивает комплексный подход к решению задачи расчёта статических и динамических вероятностных характеристик сложных систем, который обеспечивается автоматизацией основных этапов метода ВАЛМ [5]: подготовки исходных данных, первичного моделирования вероятностного

изменения компонентов, формирования алгебраической модели исследуемой системы, построения расчётной вероятностной формы модели, динамического управления параметрами на очередной итерации моделирования, графического отображения результатов и их статистической обработки.

Реализованные методы расчёта в составе системы PALS взаимосвязаны и корректно дополняют друг друга, обеспечивая эффективное решение важных практических задач, например:

– моделирования и расчёта вероятностных характеристик надёжности, пропускной способности, эффективности, стоимости, износа систем в результате вероятностного изменения состояний их компонентов;

– выявление причин, которые могли привести к изменению текущего состояния системы (например, аварии, снижению эффективности и другие);

– выработки, обоснования и оптимизации различных проектных, эксплуатационных и управленческих решений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Максимей, И.В.* Имитационное моделирование на ЭВМ / И.В. Максимей. – М. : Радио и связь, 1988. – 232 с.

2. *Нозик, А.А.* Программный комплекс «АР-БИТР» для моделирования, расчета надежности и безопасности систем / А.А. Нозик, А.С. Можжев // В информационном сборнике: «Монтаж и наладка средств автоматизации и связи». – 2007. – № 2. – С. 32–40.

3. *Relex-программа анализа надёжности, безопасности, рисков* / В.С. Викторова [и др.] // Надёжность – 2003. – № 4 (7). – С. 42–64.

4. *RISK Spectrum PSA Professional 1.20* / Theory Manual. RELCON AB, 1998. – 57 p.

5. *Сукач, Е.И.* Проектирование функционально-сложных систем на основе вероятностно-алгебраического моделирования / Е.И. Сукач // Проблемы управления и информатики. – № 2. – 2011. – С. 46–59.

6. *Сукач, Е.И.* Методика вероятностно-алгебраического моделирования структурно-сложных систем / Е.И. Сукач // Пятая научно-практическая конференция «Математическое и имитационное моделирование систем. МОДС'2010», 21–25 июня 2010 г. – Киев : Институт математических машин и систем. – 2010. – С. 151–153.

7. *Рябинин, И.А.* Надёжность и безопасность структурно-сложных систем / И.А. Рябинин. – СПб. : Изд-во Санкт-Петербургского университета, 2007. – 276 с.

8. *Сукач, Е.И.* Вероятностно-алгебраическое моделирование характеристик надёжности механических систем / Е.И. Сукач, Д.В. Ратобильская, В.Л. Мережа // Проблемы физики, математики и техники. – 2010. – № 2 (3). – С. 75–79.

9. *Соложенцев, Е.Д.* Сценарное логико-вероятностное управление риском в бизнесе и технике / Е.Д. Соложенцев. – СПб. : Издательский дом «Бизнес-пресса», 2004. – 216 с.

Поступила в редакцию 19.04.11.